

Vocabulaire

DÉFINITION :

Si a et b sont deux nombres relatifs avec $b \neq 0$,
le quotient de a par b
est le nombre qui, multiplié par b , donne a .
On note ce quotient $\frac{a}{b}$
On a alors la relation fondamentale suivante : $\frac{a}{b} \times b = a$



Exemple :

➤ Le quotient de 65,2 par 25 est noté $\frac{65,2}{25}$

C'est le nombre qui multiplié par 25 donne 65,2

$$\frac{65,2}{25} \times 25 = 65,2$$

$\frac{65,2}{25}$ est une **écriture fractionnaire**.

65,2 est le numérateur et 25 est le dénominateur.

Si le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers, on dit qu'il s'agit d'une **fraction**.
Pour obtenir une **écriture décimale** correspondant à un nombre écrit sous forme fractionnaire,
il suffit de diviser le numérateur par le dénominateur.

$$\begin{array}{r} 65,2 \\ - 50 \\ \hline 152 \\ - 150 \\ \hline 20 \\ - 0 \\ \hline 200 \\ - 200 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 25 \\ \hline 2,608 \end{array}$$

65,2 est le dividende, 25 est le diviseur et 2,608 est le quotient. 0 est le reste.

2,608 est l'écriture décimale de $\frac{65,2}{25}$.

Remarque :

Il existe des nombres écrits sous forme fractionnaire dont il est impossible de donner une valeur décimale exacte, par exemple pour $\frac{46}{7}$ (la division ne "s'arrête" jamais)

$$\begin{array}{r}
 46 \\
 - 42 \\
 \hline
 40 \\
 - 35 \\
 \hline
 50 \\
 - 49 \\
 \hline
 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 7 \\
 \hline
 6,57
 \end{array}$$

6,57 est plus proche de 6,6 que de 6,5.

6,6 est l'arrondi au dixième de $\frac{46}{7}$.

La troncature au dixième de $\frac{46}{7}$ est 6,5

(pour la troncature, on ne se préoccupe pas des chiffres situés après le 5).

$$6,5 < 6,57 < 6,6$$

6,5 est une valeur approchée par défaut au dixième de $\frac{46}{7}$.

6,6 est une valeur approchée par excès au dixième de $\frac{46}{7}$.

PROPRIÉTÉ :

On ne change pas la valeur d'un nombre écrit sous forme fractionnaire en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre différent de zéro.



Exemple :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

Division par un nombre décimal

RÈGLE 1 :

Pour diviser un nombre par un nombre décimal,
on commence par multiplier le diviseur et le dividende
par 10, 100, 1000...
pour se ramener au cas où le diviseur est entier.



Exemple :

Effectuer la division $6,52 : 2,5$.

On multiplie le dividende et le diviseur par 10 : $6,52 \times 10 = 65,2$ et $2,5 \times 10 = 25$

Donc diviser $6,52$ par $2,5$ c'est pareil que diviser $65,2$ par 25

Et on peut effectuer la division $65,2 : 25$ comme vu au début de ce chapitre

$65,2 : 2,5 = 65,2 : 25 = 2,608$

En utilisant l'écriture fractionnaire, on a $\frac{6,52}{2,5} = \frac{6,52 \times 10}{2,5 \times 10} = \frac{65,2}{25} = 2,608$

Simplifier une fraction

Simplifier une fraction, c'est trouver une autre fraction qui lui est égale,
mais avec des nombres plus petits et sans virgule :
on cherche donc à diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

Exemple :

Simplifier $\frac{180}{135}$

180 et 135 sont deux nombres divisibles par 9

$180 = 9 \times 20$ et $135 = 9 \times 15$

On obtient alors $\frac{180}{135} = \frac{20}{15}$

20 et 15 sont deux nombres divisibles par 5

$20 = 5 \times 4$ et $15 = 5 \times 3$

On obtient alors $\frac{20}{15} = \frac{4}{3}$

On a donc $\frac{180}{135} = \frac{4}{3}$

Multiplication

RÈGLE 2 :

Pour multiplier deux nombres en écriture fractionnaire,
on multiplie les numérateurs entre eux
et les dénominateurs entre eux.
Autrement dit, si a, b, c et d sont des nombres avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$,
on a $\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$.



Exemple :

$$\frac{7}{3,2} \times \frac{5,1}{4} = \frac{7 \times 5,1}{3,2 \times 4} = \frac{35,7}{12,8}$$

RÈGLE 3 :

Pour multiplier une fraction par un nombre,
seul le numérateur est multiplié par ce nombre.
Autrement dit, si a, b, et c sont des nombres avec $b \neq 0$
on a $\frac{a}{b} \times c = \frac{a \times c}{b}$.



Exemple 1:

$$\frac{7}{5} \times 4,3 = \frac{7 \times 4,3}{5} = \frac{30,1}{5}$$

Exemple 2

Calculer $\frac{14}{3} \times \frac{9}{35}$ et donner le résultat sous forme de fraction la plus simple possible

1^{ère} méthode :

$$\begin{aligned} \frac{14}{3} \times \frac{9}{35} &= \frac{14 \times 9}{3 \times 35} \\ &= \frac{126}{105} \\ &= \frac{42}{35} \text{ (simplification par 3)} \\ &= \frac{6}{5} \text{ (simplification par 7)} \end{aligned}$$

2^{ème} méthode :

$$\begin{aligned} \frac{14}{3} \times \frac{9}{35} &= \frac{14 \times 9}{3 \times 35} \\ &= \frac{\cancel{7} \times 2 \times \cancel{3} \times 3}{\cancel{3} \times 5 \times \cancel{7}} \\ &= \frac{6}{5} \end{aligned}$$