

## Fractions, écritures fractionnaires, écritures décimales

### DÉFINITION

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres avec  $b \neq 0$  ; on appelle **quotient** de  $a$  par  $b$  noté  $\frac{a}{b}$  le nombre qui multiplié par  $b$  donne  $a$ . On a donc  $\frac{a}{b} \times b = a$



Une fraction est le quotient de deux nombres entiers.

Soit  $\frac{a}{b}$  une **fraction**, on appelle  $a$  le **numérateur** et  $b$  le **dénominateur**.

### Exemples :

$$\frac{5}{27} ; \frac{3}{2} ; \frac{-2}{3} ; \frac{52}{5}$$

Pour obtenir une écriture décimale correspondant à la fraction, on effectue la division

$$\begin{array}{r} 5 \ 2 \overline{) 52} \\ \underline{0 \ 2} \phantom{0} \\ 2 \ 0 \phantom{0} \\ \underline{0} \phantom{0} \end{array} \quad \begin{array}{l} 10,4 \\ \cdot \end{array}$$

$\frac{52}{5}$  est une fraction ; 52 est le numérateur ; 5 est le dénominateur ; 10,4 est le quotient ; 0 est le reste

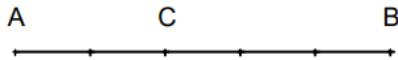
On a donc  $\frac{52}{5} = 10,4$  ;  $\frac{52}{5}$  se lit 'cinquante-deux cinquième'

C'est un nombre qui multiplié par 5 donne 52. En effet  $\frac{52}{5} \times 5 = 52$

10,4 est une écriture décimale de  $\frac{52}{5}$  et  $\frac{52}{5}$  est une écriture fractionnaire de 10,4

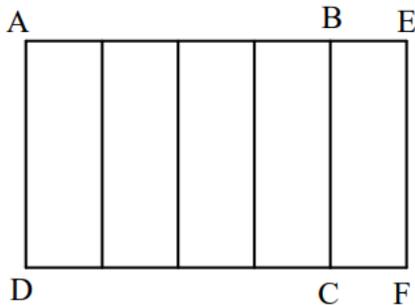
## Représenter la fraction d'un segment, d'une surface, ...

- Pour représenter les  $\frac{2}{5}$  d'un segment, on peut diviser ce segment en 5 parties égales et en prendre deux parties :



La longueur AC représente les  $\frac{2}{5}$  de la longueur AB.

- Pour représenter les  $\frac{5}{4}$  d'un rectangle, on peut diviser ce rectangle en 4 parties égales et on en représente 5 parties :



$\frac{5}{4}$  de la surface du rectangle ABCD est représentée par la surface du rectangle AEF.

## Quotients égaux

### RÈGLE :

Deux quotients sont égaux si l'on passe de l'un à l'autre en multipliant ou en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre différent de 0.



### Exemples :

$$\begin{array}{c} : 3 \\ \left. \begin{array}{c} 6 \\ 15 \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{c} 2 \\ 5 \end{array} \right\} \\ : 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \times 4 \\ \left. \begin{array}{c} 6 \\ 15 \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{c} 24 \\ 60 \end{array} \right\} \\ \times 4 \end{array}$$

### Application :

Simplifier une fraction, c'est trouver une autre fraction qui lui est égale, mais avec des nombres plus petits et sans virgule : on cherche donc à diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre.

### Exemple :

Soit le fraction  $\frac{30}{42}$  ; 30 et 42 sont tous les deux divisibles par 2. On a en effet  $30 = 2 \times 15$  et  $42 = 2 \times 21$

Donc  $\frac{30}{42} = \frac{15}{21}$  ; comme 15 et 21 sont tous deux divisibles par 3 car  $15 = 3 \times 5$  et  $21 = 3 \times 7$

On a aussi  $\frac{15}{21} = \frac{5}{7}$  ; On a  $\frac{30}{42} = \frac{15}{21} = \frac{5}{7}$  donc  $\frac{30}{42} = \frac{5}{7}$  ;

On aurait pu simplifier directement par 6 car  $30 = 6 \times 5$  et  $42 = 6 \times 7$  donc  $\frac{30}{42} = \frac{5}{7}$

## Critères de divisibilité

Un nombre entier est **divisible par 2** s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8

Un nombre entier **est divisible par 3** si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 3

Un nombre est **divisible par 4** si le nombre formé par ses deux derniers chiffres est divisible par 4

Un nombre est **divisible par 5** s'il se termine par 0 ou 5

Un nombre est **divisible par 9** si la somme des chiffres qui le composent est divisible par 9

### Exemples :

146 est divisible par 2 car son dernier chiffre est 6 qui est un chiffre pair

635 est divisible par 5 car son dernier chiffre est 5

1272 est divisible par 3 car  $1 + 2 + 7 + 2 = 12$  et 12 est divisible par 3

5236 est divisible par 4 car 36 est divisible par 4

6273 est divisible par 9 car  $6 + 2 + 7 + 3 = 18$  et 18 est divisible par 9

### Remarques :

148 est divisible par 2 et il est aussi divisible par 4

30 est divisible par 2, par 3 et par 5

180 est divisible par 2, par 3, par 4, par 5 et par 9

Les nombres divisibles par 4 sont toujours divisibles par 2 car 4 est divisible par 2

Les nombres divisibles par 9 sont toujours divisibles par 3 car 9 est divisible par 3

Les nombres qui sont divisibles par 2 et par 3 sont divisibles par 6 car  $6 = 2 \times 3$

Il vaut mieux en général essayer de diviser par le plus grand chiffre, 9 plutôt que 3 par exemple.

### Rappels :

– les nombres entiers qui se terminent par 0 sont divisibles par 10

– ne pas oublier le 1 au numérateur ou au dénominateur quand on simplifie  $\frac{4}{12} = \frac{4 \times 1}{4 \times 3} = \frac{1}{3}$

### Exemple :

360 est divisible par 10, par 9 et par 4. On a  $360 = 36 \times 10 = 4 \times 9 \times 10$

$$\frac{90}{360} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} ; \quad \frac{12}{360} = \frac{3}{90} = \frac{1}{30}$$

## Calculer la fraction d'un nombre

### DÉFINITION

Calculer la **fraction d'un nombre**,  
c'est multiplier cette fraction par le nombre



Méthode 1 : on effectue d'abord la multiplication

$$\frac{3}{4} \times 160 = \frac{3 \times 160}{4} = \frac{480}{4} = 120$$

Méthode 2 : on effectue d'abord la division

$$\frac{3}{4} \times 160 = 3 \times \frac{160}{4} = 3 \times 40 = 120$$

Méthode 3 : on calcule d'abord le nombre décimal

$$\frac{3}{4} \times 160 = 0,75 \times 160 = 120$$

## Valeur approchée d'un quotient pour le placer sur une demi-droite graduée

On peut placer un nombre sous forme fractionnaire sur une demi-droite graduée.

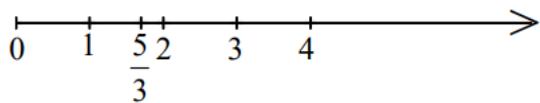
Exemple :

Placer le nombre  $\frac{5}{3}$  sur une demi-droite graduée.

Le choix de la graduation de la demi-droite a une importance.

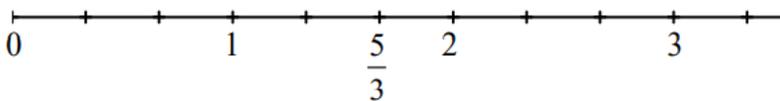
Si l'unité choisie est le centimètre, il est nécessaire de calculer une valeur approchée de la fraction  $\frac{5}{3}$  pour placer ce nombre sur la demi-droite graduée.

L'emplacement sur la demi-droite graduée est alors approximatif :



Si l'on choisit l'unité suivante : 3 cm pour une unité, alors 1 cm correspond à  $\frac{1}{3}$  d'unité

et il est alors très simple de placer  $\frac{5}{3}$  :



(chaque graduation correspond à  $\frac{1}{3}$  donc il suffit de compter 5 graduations pour placer  $\frac{5}{3}$ )