

Figures symétriques

DÉFINITION

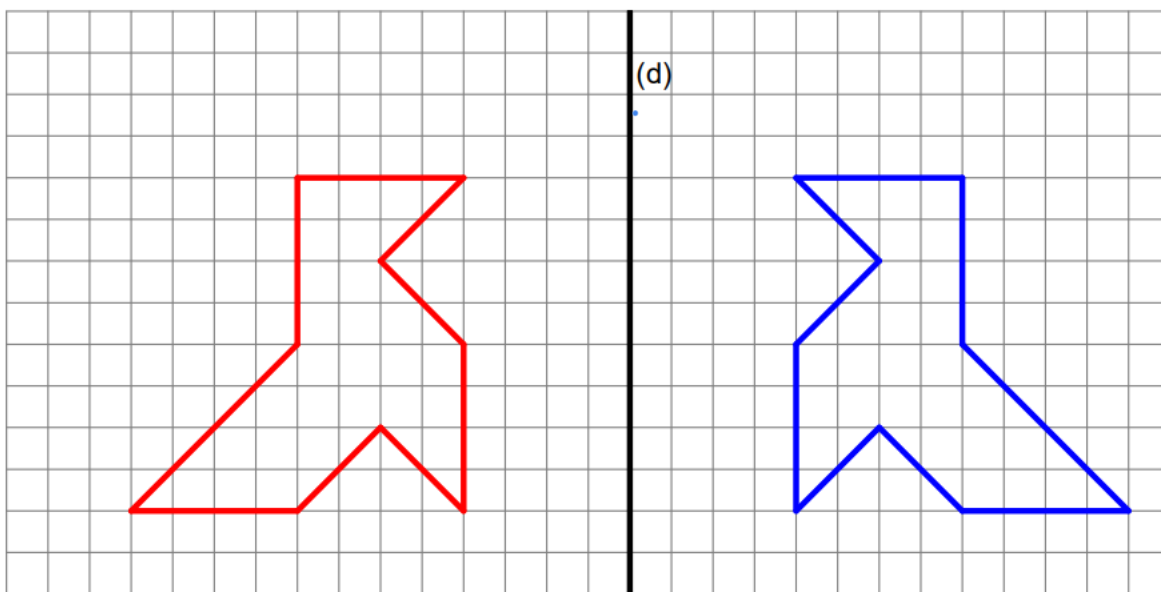
On dit que deux figures sont **symétriques par rapport à une droite** si en pliant suivant la droite, les deux figures se superposent.



Exemple :

Ci-dessous les figures rouge et bleue sont symétriques par rapport à la droite (d).

On dit aussi que la figure bleue est l'image de la figure rouge par la symétrie orthogonale (ou symétrie axiale) par rapport à la droite (d).



Symétrie d'un point

DÉFINITION

On donne un point A et une droite (d).

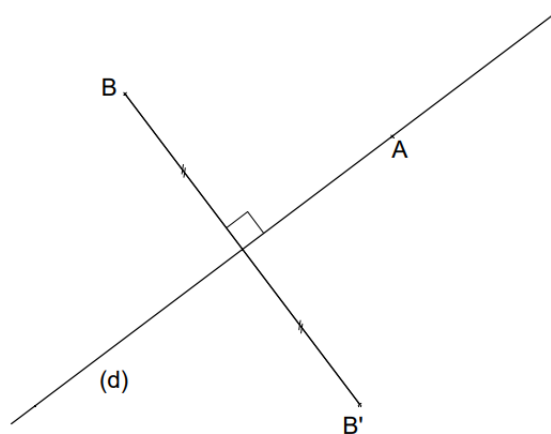
- si $A \in (d)$, l'image du point A par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d) est lui-même
- si $A \notin (d)$, l'image du point A par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d) est le point A' tel que (d) soit la médiatrice du segment [AA']



Exemple :

Sur la figure ci-contre :

- A est l'image de A par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d) ;
- B' est l'image de B par la symétrie orthogonale par rapport à la droite (d) ;



Méthodes pour construire le symétrique d'un point par symétrie orthogonale :

a) avec une règle graduée et une équerre

Soit A un point et (d) une droite	A l'aide de l'équerre, tracer la droite perpendiculaire (d') à (d) passant par A. Cette droite coupe (d) en H	Avec la règle graduée, mesurer AH et reporter cette longueur à partir du point H, sur la droite (d') : on obtient le point A', symétrique de A par rapport à (d)

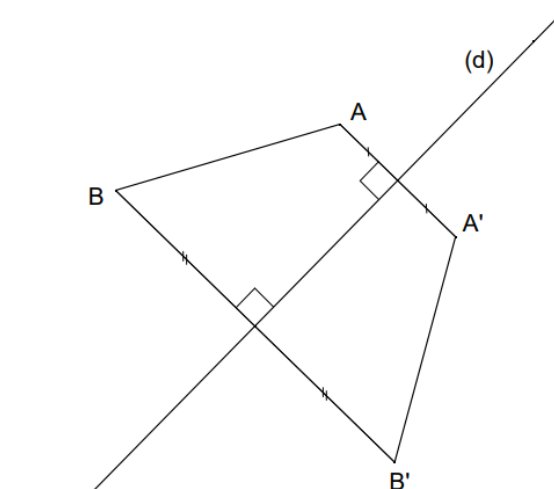
b) avec une règle non graduée et un compas

Tracer un arc de cercle centré en A qui coupe (d) en deux points	Tracer deux arcs de cercle centrés sur les deux points d'intersection	A' est le symétrique du point A par rapport à la droite (d)

Symétrie d'un segment, d'une droite, d'un cercle

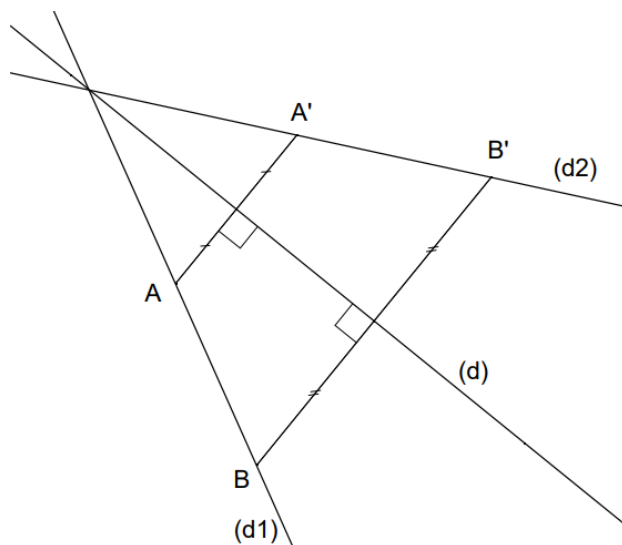
L'image d'un segment $[AB]$ par la symétrie orthogonale par rapport à une droite (d) est le segment $[A'B']$ avec :

- A' image du point A
- B' image du point B



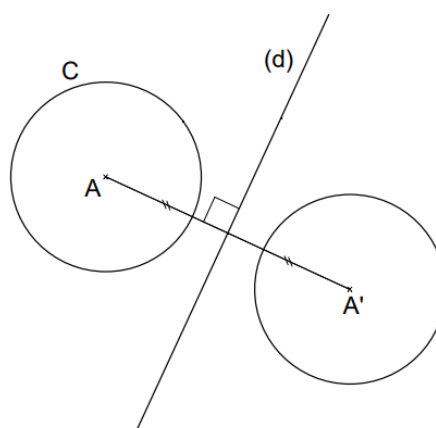
L'image d'une droite (d_1) par la symétrie orthogonale par rapport à une droite (d) est une droite (d_2) construite ainsi :

- prendre deux points distincts A et B sur (d_1)
- construire l'image A' du point A par la symétrie orthogonale par rapport à (d)
- construire l'image B' du point B par la symétrie orthogonale par rapport à (d)
- tracer $(A'B')$: c'est la droite (d_2)



L'image d'un cercle C de centre A par la symétrie orthogonale par rapport à une droite (d) est un cercle C' :

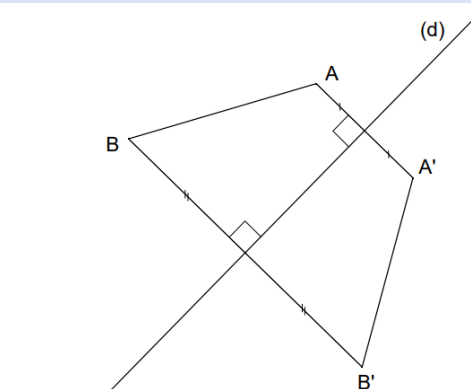
- de centre A' , image du point A par la symétrie orthogonale par rapport à (d)
- de même rayon que le cercle C



Propriétés de la symétrie orthogonale

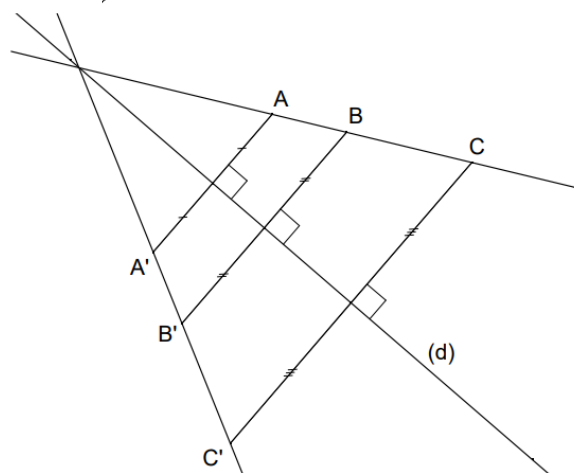
La symétrie orthogonale conserve les distances.

A et B étant deux points distincts :
notons A' le symétrique de A par rapport à (d)
et B' le symétrique de B par rapport à (d).
Alors $A'B' = AB$



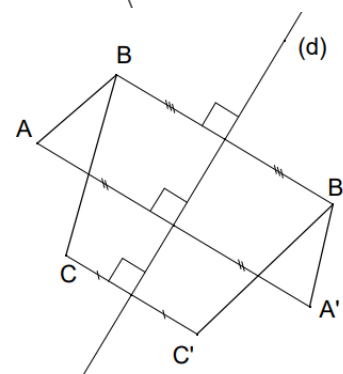
La symétrie orthogonale conserve l'alignement de points.

On considère trois points A, B et C.
Notons A' le symétrique de A par rapport à (d),
B' le symétrique de B et C' le symétrique de C.
Si A, B et C sont alignés,
alors A', B' et C' sont alignés.



La symétrie orthogonale conserve la mesure des angles.

On considère trois points A, B et C.
On note A' le symétrique du point A,
B' le symétrique de B et C' le symétrique de C.
Alors $\widehat{ABC} = \widehat{A'B'C'}$



La symétrie orthogonale conserve les aires.

Lorsque deux figures
sont symétriques par rapport à un point,
elles ont la même aire.

Dans l'exemple ci-contre,
la figure rouge et la figure bleue
sont symétriques par rapport à la droite (d).
Elles ont la même aire

