Fonctions

DÉFINITION :

On appelle fonction de la variable x tout procédé qui,
à chaque nombre x, associe un unique nombre.

Exemple :

La fonction "carré" est le procédé qui à tout nombre x associe x^2.

On peut nommer cette fonction à l'aide d'une lettre, par exemple f.

$f : x \mapsto x^2$

- à x, on associe x^2. On note aussi $f(x) = x^2$.
- à 4, on associe 16. On note alors $f(4) = 16$.

On dit que l'image de 4 par la fonction f est 16
ou bien que 4 est un antécédent de 16 par la fonction f.

DÉFINITION :

On appelle fonction linéaire de coefficient a
la fonction définie de la manière suivante : $f : x \mapsto ax$

Exemple :

$f : x \mapsto 3x$; l'image de 4 est 12 ; 12 a pour antécédent 4

DÉFINITION :

On appelle fonction affine
la fonction définie de la manière suivante : $f : x \mapsto ax + b$

Exemple :

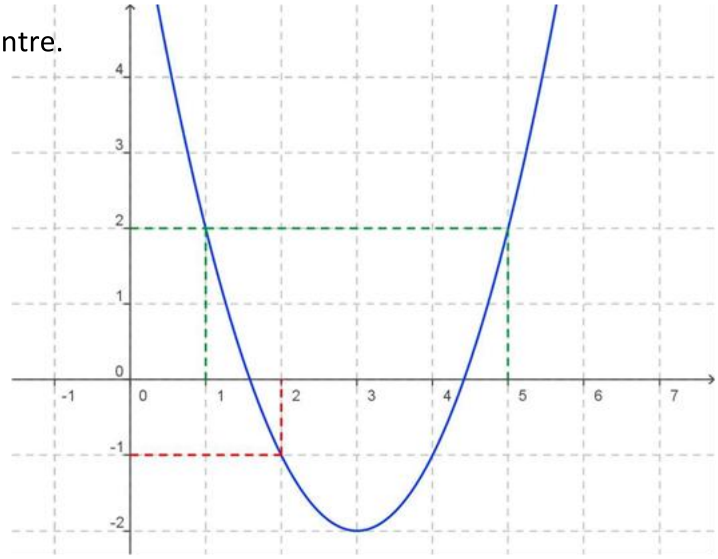
$f : x \mapsto 2x - 3$; l'image de 4 est 5 ; 5 a pour antécédent 4

Définir une fonction à l'aide d'un graphisme

On appelle f la fonction définie par le graphique ci-contre.

L'image de 2 par la fonction *f* est -1

Les antécédents de 2 par la fonction *f* sont 1 et 5



PROPRIÉTÉ ET DÉFINITION :

La représentation graphique d'une fonction linéaire
est une droite passant par l'origine.
On dit que y = αx est une équation de cette droite.
Le nombre α est appelé coefficient directeur de la droite.

PROPRIÉTÉ :

Appelons (d) la droite d'équation $y = ax$

Appelons M un point de coordonnées $(x_M\ ;\ y_M)$

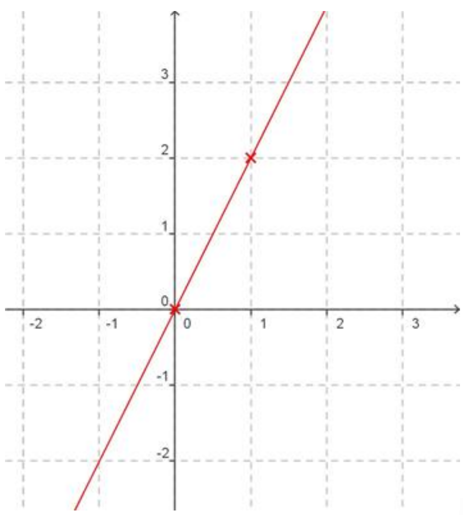
Si M ∈ (d), alors ses coordonnées vérifient l'égalité $y_M = ax_M$

Réciproquement, si les coordonnées de M vérifient l'égalité $y_M = \alpha x_M$ alors M ∈ (d)

__Exemple :__
Représenter graphiquement la fonction linéaire $f : x \mapsto 2x$

On sait qu'il s'agit d'une droite passant par l'origine.
Pour tracer cette droite, il faut un deuxième point.

$y = 2x$ est l'équation de la droite à tracer.
Si x=1, alors y= 2
donc le point de coordonnées (1; 2) appartient à cette droite.



Propriété et Définition :

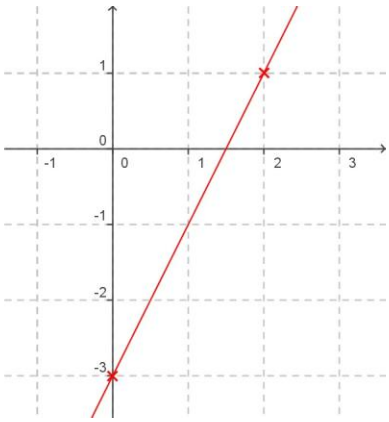
La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.
On dit que $y = ax + b$ est une équation de cette droite.
Le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite
et b est l'ordonnée à l'origine

Propriété :

Appelons (d) la droite d'équation $y = ax + b$
Appelons M un point de coordonnées $(x_M \; ; \; y_M)$

Si M ∈(d), alors ses coordonnées vérifient l'égalité $y_M = ax_M + b$
Réciproquement, si les coordonnées de M vérifient l'égalité $y_M = ax_M + b$, alors M ∈ (d)

__Exemple :__
Représenter graphiquement la fonction affine $f : x \mapsto 2x - 3$



On sait qu'il s'agit d'une droite.
Pour tracer cette droite, il faut deux points.

$y = 2x - 3$ est l'équation de la droite à tracer.
Si x=0, alors y= - 3
donc le point de coordonnées (0; -3) appartient à cette droite.
Si x=2, alors y= 1
donc le point de coordonnées (2; 1) appartient à cette droite.

Définir une fonction à l'aide d'un tableau

On considère la fonction f définie à l'aide du tableau :

x	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	-2	4	0	2,7	$-1,6$	0	8

L'image de 4 par la fonction f est $-1,6$.
L'antécédent de 2,7 par la fonction f est 3

fonction linéaire

x	-3	-1	0	2	4	6
$f(x)$	-6	-2	0	4	8	12

x2

Pour une fonction linéaire $f : x \mapsto ax$ chaque image se trouve en multipliant x par *a*

fonction affine

x	-4	-2	0	3	6	9
$f(x)$	-5	-1	3	9	15	21

x2 + 3

Pour une fonction affine $f : x \mapsto ax + \mathrm{b}$ chaque image se trouve en multipliant x par *a* et en ajoutant *b*

Définir une fonction avec une formule

On considère le procédé de calcul suivant :

- choisir un nombre ;
- lui ajouter 3 ;
- multiplier le nombre obtenu par 2 ;

La fonction correspondant à ce procédé de calcul est :

$f : x \mapsto 2(x+3)$ notée aussi $f(x) = 2(x+3)$

L'image de 2 par la fonction f est 10 car $f(2) = 2 \times (2 + 3) = 2 \times 5 = 10$

Quel est l'antécédent de 4 par la fonction f ?

On cherche x tel que $2(x + 3) = 4$

$2x + 6 = 4$

$2x = 4 - 6$

$2x = -2$

$x = -2 / 2$

$x = -1$

fonction linéaire

$f(x) = ax$

__Exemples :__ $f(x) = 2x$; $f(x) = -7x$

fonction affine

$f(x) = ax + b$

__Exemples :__ $f(x) = 3x + 3$; $f(x) = -2x - 56$; $f(x) = -5x + \frac{17}{3}$