Fonctions linéaires

DÉFINITION :

On appelle fonction linéaire de coefficient a
la fonction définie de la manière suivante $f : x \mapsto ax$

Exemple :
La fonction linéaire de coefficient 3 est la fonction $f : x \mapsto 3x$
L'image de 4 est 12.
18 a pour antécédent 6.

Représentation graphique d'une fonction linéaire

PROPRIÉTÉ :

Dans un repère,
la représentation graphique d'une fonction linéaire
est une droite passant par l'origine.

DÉFINITION :

On dit que $y = ax$ est une équation de cette droite.
Le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite.

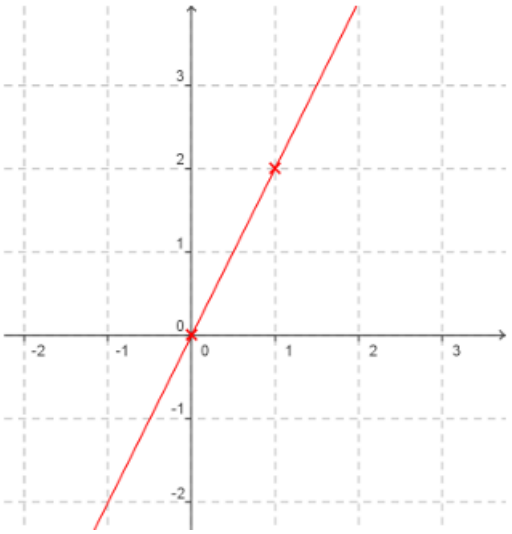
PROPRIÉTÉ :

Appelons (d) la droite d'équation $y = ax$
Appelons M un point de coordonnées $(x_M ; y_M)$
Si $M \in (d)$, alors ses coordonnées vérifient l'égalité
$y_M = ax_M$
Réciproquement, si les coordonnées de M vérifient l'égalité
$y_M = ax_M$, alors $M \in (d)$

basé sur epsilon.2000.free.fr Sylvain DUCHET

Exemple :

Représenter graphiquement la fonction linéaire $x \mapsto 2x$
D'après ce qui précède,
on sait qu'il s'agit d'une droite passant par l'origine. Pour tracer cette droite, il faut un deuxième point. $y = 2x$ est l'équation de la droite à tracer.
Si x = 1 , alors y = 2 donc le point de coordonnées (1;2) appartient à cette droite.



Déterminer une fonction linéaire par la donnée d'un nombre et de son image :

Exemple :
Quelle est la fonction linéaire telle que 6 ait pour image 7 ?
Une fonction linéaire est de la forme $x \longmapsto ax$
L'image de 6 est $6a$. On veut donc $6a = 7$
On en déduit que $a = \frac{7}{6}$
La fonction linéaire cherchée est $x \longmapsto \frac{7}{6}x$

Fonctions affines

DÉFINITION

On appelle fonction affine une fonction du type
$x \longmapsto ax + b$, où a et b sont des nombres.

Exemple :

$f: x \longmapsto -2x + 3$
f est une fonction affine.
L'image de 2 est -1 (car -2 x 2 + 3 = -1)
L'antécédent de 7 est -2 (On le trouve en résolvant l'équation -2x + 3 = 7).

Représentation graphique d'une fonction affine :

PROPRIÉTÉ :

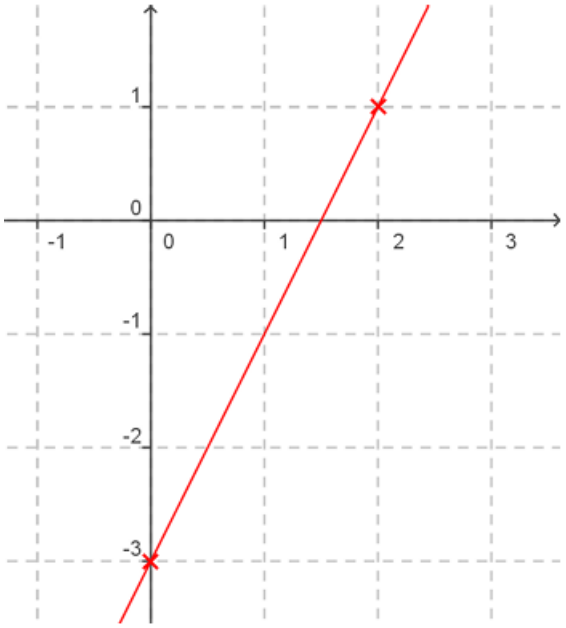
Dans un repère,
la représentation graphique d'une fonction affine
est une droite.

DÉFINITION :

On dit que $y = ax + b$ est une équation de cette droite.
Le nombre a est appelé coefficient directeur de la droite
et b est l'ordonnée à l'origine.

PROPRIÉTÉ :

Appelons (d) la droite d'équation $y = ax + b$
Appelons M un point de coordonnées $(x_M ; y_M)$
Si $M \in (d)$, alors ses coordonnées vérifient l'égalité
$y_M = ax_M + b$
Réciproquement, si les coordonnées de M vérifient l'égalité
$y_M = ax_M + b$, alors $M \in (d)$

Exemple :

Représenter graphiquement la fonction linéaire $x \mapsto 2x - 3$
D'après ce qui précède,
on sait qu'il s'agit d'une droite.
Pour tracer cette droite, il faut deux points.
$y = 2x - 3$ est l'équation de la droite à tracer.
Si x = 0 , alors y = 3 donc le point de coordonnées (0;3) appartient à la droite.
Si x = 2 , alors y = 1 donc le point de coordonnées (2;1) appartient à la droite.